

DOI: 10.20310/1810-0198-2018-23-123-386-394

УДК 517.962.24

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТИЧНО УПОРЯДОЧЕННЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

© Т.В. Жуковская¹⁾, И. А. Забродский²⁾, М. В. Борзова²⁾

¹⁾ ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный технический университет»

392000, Российская Федерация, г. Тамбов, ул. Советская, 106

E-mail: t_zhukovskaia@mail.ru

²⁾ ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина»

392000, Российская Федерация, г. Тамбов, ул. Интернациональная, 33

E-mail: ilyatmb@yandex.ru, bmv_1603@mail.ru

Аннотация. Рассмотрено разностное уравнение неявного вида в произвольном частично упорядоченном пространстве. Определено понятие устойчивости положения равновесия. Получены достаточные условия устойчивости. Исследование основано на результатах об упорядоченно накрывающих отображениях.

Ключевые слова: разностное уравнение неявного вида; устойчивость положения равновесия; частично упорядоченное пространство; упорядоченно накрывающее отображение

1. Введение

Разностные уравнения являются естественным описанием эволюции наблюдаемых явлений, поскольку большая часть измерений времени дискретна. Разностные уравнения также возникают при аппроксимации дифференциальных, интегральных и интегро-дифференциальных уравнений. Одной из основных задач теории разностных уравнений является определение условий устойчивости положения равновесия. Эта проблема подробно исследована для автономных разностных уравнений явного вида

$$x_n = F(x_{n-1}), \quad n = 1, 2, \dots$$

в пространстве $\mathbb{R}^n$ n -мерных вещественных векторов (см., например книгу [1], статью [2] и приведенную в них библиографию). В настоящей работе изучается разностное

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты №№ 17-01-00553, 17-41-680975), государственной программы Министерства образования и науки РФ № 3.8563.2017/7.8.

уравнение неявного вида

$$\Psi(x_{n-1}, x_n) = \tilde{y}, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (1.1)$$

причем отображение Ψ действует в произвольных частично упорядоченных пространствах. Исследования используют результаты об упорядоченно накрывающих отображениях, полученные в работах [3–6]. Отметим, что разностное уравнение вида (1.1) в метрических пространствах исследованы в работах [7–10]. Применялись методы, основанные на теории накрывающих отображений метрических пространств (см. [11–14]).

2. Отображения частично упорядоченных пространств

Приведем вначале некоторые известные сведения об отображениях, действующих в частично упорядоченных пространствах. Пусть $X \doteq (X, \leq)$, $Y \doteq (Y, \leq)$ — частично упорядоченные пространства.

Элемент $m \in X$ называется *нижней границей* множества $U \subset X$, если $m \leq x$ при всех $x \in U$. Нижняя граница m_0 множества $V \subset X$ называется *точной* и обозначается $m_0 = \inf U$, если для любой нижней границы m этого множества выполнено $m_0 \geq m$. Частично упорядоченное пространство X называют *секвенциально полным*, если любая невозрастающая последовательность из этого пространства имеет точную нижнюю границу.

Пусть задано отображение $F : X \rightarrow Y$. Это отображение называют *антитонным* на множестве $U \subset X$, если для любых $x, u \in U$ из неравенства $x \leq u$ следует неравенство $F(x) \geq F(u)$.

Будем обозначать: $O_X(u) \doteq \{x \in X : x \leq u\}$, $[u, v]_X \doteq \{x \in X : u \leq x \leq v\}$.

Следующее определение предложено в [3, 4].

О п р е д е л е н и е 2.1. Отображение $F : X \rightarrow Y$ называется упорядоченно накрывающим множеством $V \subset Y$, если для любого $u \in X$ выполнено включение

$$O_Y(F(u)) \cap V \subset F(O_X(u)). \quad (2.1)$$

Вложение (2.1) означает, что для любого $u \in X$ и любого $y \in V$ из неравенства $y \leq F(u)$ следует, что найдется $x \in X$ такой, что $F(x) = y$ и $x \leq u$.

Теперь сформулируем утверждение из [6] об антитонных возмущениях упорядоченно накрывающего отображения. Полагаем заданными отображение $\Psi : X^2 \rightarrow Y$ и элемент $\tilde{y} \in Y$.

Теорема 2.1. Пусть частично упорядоченное пространство X является секвенциально полным и выполнены следующие условия:

- (а) для любого $u \in X$ отображение $\Psi(u, \cdot) : X \rightarrow Y$ упорядоченно накрывает множество $V \doteq \{\tilde{y}\}$;
- (б) для любого $v \in X$ отображение $\Psi(\cdot, v) : X \rightarrow Y$ является антитонным на множестве $O_X(v)$;
- (с) отображение Ψ является замкнутым, то есть для любых невозрастающих последовательностей $\{u_n\} \subset X$ и $\{v_n\} \subset X$, если при любом $n = 0, 1, 2, \dots$ имеет место $\Psi(u_n, v_n) = \tilde{y}$, то $\Psi(\inf \{u_i\}, \inf \{v_i\}) = \tilde{y}$.

Тогда, если для некоторого элемента $x_0 \in X$ выполнено $\Psi(x_0, x_0) \geq \tilde{y}$, то существует последовательность $\{x_n\} \subset X$ такая, что

$$\Psi(x_n, x_n) \geq \tilde{y}, \quad \Psi(x_{n-1}, x_n) = \tilde{y}, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (2.2)$$

и точная нижняя граница этой последовательности $\xi = \inf\{x_n\} \in O_X(x_0)$ является решением уравнения

$$\Psi(x, x) = \tilde{y}. \quad (2.3)$$

Д о к а з а т е л ь с т в о. Поскольку отображение $\Psi(x_0, \cdot)$ упорядоченно накрывает множество $\{\tilde{y}\}$, из заданного неравенства $\Psi(x_0, x_0) \geq \tilde{y}$ следует существование элемента $x_1 \in X$ такого, что

$$x_1 \leq x_0, \quad \Psi(x_0, x_1) = \tilde{y}.$$

Так как отображение $\Psi(\cdot, x_1)$ является антитонным, из неравенства $x_1 \leq x_0$ получаем $\Psi(x_1, x_1) \geq \tilde{y}$. Далее, так как отображение $\Psi(x_1, \cdot)$ упорядоченно накрывает множество $\{\tilde{y}\}$, существует элемент x_2 такой, что

$$x_2 \leq x_1, \quad \Psi(x_1, x_2) = \tilde{y}.$$

А в силу антитонности отображения $\Psi(\cdot, x_2)$ имеем

$$\Psi(x_2, x_2) \geq \tilde{y}.$$

Рассуждая аналогично, по индукции будет получена невозрастающая последовательность $\{x_n\} \subset X$, для которой выполнены соотношения (2.2). Из секвенциальной полноты пространства X следует существование точной нижней границы этой последовательности $\xi = \inf\{x_n\}$. Тогда, в силу предположения замкнутости отображения Ψ , получаем равенство $\Psi(\xi, \xi) = \tilde{y}$. $\square$

3. Неявное разностное уравнение первого порядка

Применим теорему 2.1 к исследованию разностного уравнения (1.1). Решением уравнения (1.1) назовем всякую последовательность $\{x_n\} \subset X$, члены которой удовлетворяют ему при любом $n = 0, 1, 2, \dots$. Решение уравнения (1.1), являющееся постоянной последовательностью, называется *положением равновесия*. отождествим постоянную последовательность $x_n = \xi$, $n = 0, 1, 2, \dots$, с ее элементом ξ . Таким образом, положение равновесия удовлетворяет уравнению (2.3), и для его нахождения применима теорема 2.1. Этим не исчерпываются возможности доказанного утверждения в исследовании разностного уравнения (1.1). Построенная при доказательстве теоремы 2.1 итерационная последовательность есть решение разностного уравнения (1.1). Таким образом, получаем следующий результат.

Следствие 3.1. Пусть выполнены условия теоремы 2.1. Тогда, если начальное условие $x_0 \in X$ таково, что $\Psi(x_0, x_0) \geq \tilde{y}$, то существует решение разностного уравнения (1.1), которое, кроме того, является невозрастающей в пространстве X последовательностью, а точная нижняя граница этой последовательности есть положение равновесия уравнения (1.1).

О п р е д е л е н и е 3.1. Положение равновесия ξ разностного уравнения (1.1) назовем *устойчивым*, если для любого начального значения $u_0 \in X$, обеспечивающего неравенство $\Psi(u_0, u_0) \geq \tilde{y}$, существует решение $\{x_n\}$ разностного уравнения (1.1), удовлетворяющее условию $x_0 = u_0$, являющееся невозрастающей последовательностью, точная нижняя граница которой совпадает с положением равновесия, то есть $\inf x_n = \xi$.

Следствие 3.2. Пусть для отображения $\Psi : X^2 \rightarrow Y$ выполнены условия (а), (b) и (с) теоремы 2.1. Тогда, если положение равновесия ξ разностного уравнения (1.1) единственно, то оно является устойчивым.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Действительно, для любого элемента $u_0 \in X$, обеспечивающего неравенство $\Psi(u_0, u_0) \geq \tilde{y}$, согласно теореме 2.1 найдется решение $\{x_n\}$, $x_0 = u_0$, разностного уравнения (1.1), являющееся невозрастающей последовательностью, точная нижняя граница которой совпадает с положением равновесия. Так как положение равновесия ξ единственно, то $\inf x_n = \xi$.

4. Неявное разностное уравнение m -го порядка

Теперь рассмотрим разностные уравнения второго и более высоких порядков.

Пусть задано натуральное $m \geq 2$ — порядок разностного уравнения. По-прежнему, обозначаем X, Y — заданные частично упорядоченные пространства, причем предполагаем, что пространство X секвенциально полное. На пространстве X^m определим стандартный порядок: для $x = (x_1, \dots, x_m) \in X^m$, $u = (u_1, \dots, u_m) \in X^m$ полагаем, что выполнено неравенство $x \leq u$, если $x_i \leq u_i$ при всех $i = \overline{1, m}$. Также полагаем, что заданы отображение $\Psi : X^{m+1} \rightarrow Y$ и элемент $\tilde{y} \in Y$.

Здесь рассматривается разностное уравнение

$$\Psi(x_{n-m}, \dots, x_{n-1}, x_n) = \tilde{y}, \quad n = m, m+1, \dots \quad (4.1)$$

Определения решения уравнения (1.1) без каких-либо изменений переносятся на уравнение (4.1). А именно, *решением уравнения* (4.1) назовем всякую последовательность $\{x_n\} \subset X$, члены которой удовлетворяют ему при любом n . Решение уравнения (4.1), являющееся постоянной последовательностью, назовем *положением равновесия* и отождествим постоянную последовательность с ее элементом. Таким образом, положение равновесия удовлетворяет уравнению

$$\Psi(x, x, \dots, x) = \tilde{y}. \quad (4.2)$$

Для исследования проблемы существования решений неявного разностного уравнения m -го порядка докажем следующее утверждение, являющееся распространением теоремы 2.1 на случай m антитонных возмущений упорядоченно накрывающего отображения.

Теорема 4.1. Пусть выполнены следующие условия:

- (a^m) для любого $u = (u_1, \dots, u_m) \in X^m$ такого, что $u_1 \geq u_2 \geq \dots \geq u_m$, отображение $\Psi(u, \cdot) : X \rightarrow Y$ упорядоченно накрывает множество $V \doteq \{\tilde{y}\}$;

- (b^m) для любого $v \in X$ отображение $\Psi(\cdot, v) : X^m \rightarrow Y$ является антитонным на множестве $O_X(v)$;
- (c^m) отображение Ψ является замкнутым, то есть для любых невозрастающих последовательностей $\{u_n^1\} \subset X, \dots, \{u_n^{m+1}\} \subset X$, если при любом $n = 0, 1, 2, \dots$ имеет место $\Psi(u_n^1, \dots, u_n^{m+1}) = \tilde{y}$, то $\Psi(\inf \{u_n^1\}, \dots, \inf \{u_n^{m+1}\}) = \tilde{y}$.

Тогда, если для некоторого вектора $(x_0, \dots, x_{m-1}) \in X^m$ выполнены неравенства

$$x_0 \geq x_1 \geq \dots \geq x_{m-1}, \quad \Psi(x_0, x_1, \dots, x_{m-1}, x_{m-1}) \geq \tilde{y}, \quad (4.3)$$

то существует последовательность $\{x_n\} \subset X$ такая, что

$$\Psi(x_{n-m+1}, \dots, x_n, x_n) \geq \tilde{y}, \quad \Psi(x_{n-m}, \dots, x_{n-1}, x_n) = \tilde{y}, \quad n = m, m+1, \dots, \quad (4.4)$$

и точная нижняя граница этой последовательности $\xi = \inf \{x_n\} \in O_X(x_0)$ является решением уравнения (4.2).

Доказательство. Поскольку отображение $\Psi(x_0, x_1, \dots, x_{m-1}, \cdot)$ упорядоченно покрывает множество $\{\tilde{y}\}$, из неравенств (4.3) следует существование элемента $x_m \in X$ такого, что

$$x_m \leq x_{m-1}, \quad \Psi(x_0, x_1, \dots, x_{m-1}, x_m) = \tilde{y}.$$

Вследствие антитонности отображения $\Psi(\cdot, x_m)$ получаем $\Psi(x_1, x_2, \dots, x_m, x_m) \geq \tilde{y}$. Далее, так как отображение $\Psi((x_1, x_2, \dots, x_m, \cdot))$ упорядоченно покрывает множество $\{\tilde{y}\}$, существует элемент x_{m+1} такой, что

$$x_{m+1} \leq x_m, \quad \Psi(x_2, x_1) = \tilde{y}.$$

А в силу антитонности отображения $\Psi(\cdot, x_{m+1})$ имеем

$$\Psi(x_2, x_3, \dots, x_{m+1}, x_{m+1}) \geq \tilde{y}.$$

Рассуждая аналогично, по индукции будет получена невозрастающая последовательность $\{x_n\} \subset X$, для которой выполнены соотношения (4.4). Из секвенциальной полноты пространства X следует существование точной нижней границы этой последовательности $\xi = \inf \{x_n\}$. Тогда, в силу предположения замкнутости отображения Ψ , получаем равенство $\Psi(\xi, \dots, \xi) = \tilde{y}$. $\square$

Следствие 4.1. Пусть выполнены условия теоремы 4.1. Тогда, если начальное условие $(x_0, \dots, x_m) \in X^m$ таково, что выполнены неравенства (4.3), то существует решение разностного уравнения (4.1), которое, кроме того, является невозрастающей в пространстве X последовательностью, а точная нижняя граница этой последовательности есть положение равновесия уравнения (4.1).

О п р е д е л е н и е 4.1. Положение равновесия ξ разностного уравнения (4.1) назовем *устойчивым*, если для любого начального значения $(x_0, \dots, x_{m-1}) \in X^m$, такого, что выполнены неравенства (4.3), найдется решение $\{x_n\} \subset X$ разностного уравнения (4.1), являющееся невозрастающей последовательностью, точная нижняя граница которой совпадает с положением равновесия, то есть $\inf x_n = \xi$.

Следствие 4.2. Пусть для отображения $\Psi : X^{m+1} \rightarrow Y$ выполнены условия $(\mathbf{a}^m)$, $(\mathbf{b}^m)$ и $(\mathbf{c}^m)$ теоремы 4.1. Тогда, если положение равновесия ξ разностного уравнения (4.1) единственно, то оно является устойчивым.

Д о к а з а т е л ь с т в о этого утверждения аналогично доказательству соответствующего результата для уравнения первого порядка — следствия 3.2.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Elaydi S. An introduction to difference equations. N. Y.: Springer-Verlag, 2005. 540 p.
2. Braverman E., Zhukovskiy S.E. On stability and oscillation of equations with a distributed delay which can be reduced to difference equations // Electronic Journal of Differential Equations. 2008. № 112. P. 1-16.
3. Arutyunov A.V., Zhukovskiy E.S., Zhukovskiy S.E. Coincidence points principle for mappings in partially ordered spaces // Topology and its Applications. 2015. Vol. 179. № 1. P. 13-33.
4. Арутюнов А.В., Жуковский Е.С., Жуковский С.Е. О точках совпадения отображений в частично упорядоченных пространствах // Доклады Академии наук. 2013. Т. 453. Вып. 5. С. 475-478.
5. Жуковский Е.С. Об упорядоченно накрывающих отображениях и интегральных неравенствах типа Чаплыгина // Алгебра и анализ. 2018. Т. 30. Вып. 1. С. 96-127.
6. Жуковский Е.С. Об упорядоченно накрывающих отображениях и неявных дифференциальных неравенствах // Дифференциальные уравнения. 2016. Т. 52. Вып. 12. С. 1610-1627.
7. Arutyunov A., Zhukovskiy S., Pereira F. Solvability of implicit difference equations // Lecture Notes in Electrical Engineering. 2015. Vol. 321. P. 23-28.
8. Жуковский С.Е. Приложение накрывающих отображений к разностным уравнениям // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2011. Т. 16. Вып. 4. С. 1085-1086.
9. Жуковский Е.С., Забродский И.А., Шиндяпин А.И. О периодических решениях неявных разностных уравнений // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2015. Т. 20. Вып. 5. С. 1142-1146.
10. Забродский И.А., Кузякина А.С. Об экспоненциальной устойчивости неявных разностных уравнений // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2015. Т. 20. Вып. 5. С. 1156-1160.
11. Арутюнов А.В. Накрывающие отображения в метрических пространствах и неподвижные точки // Доклады Академии наук. 2007. Т. 416. Вып. 2. С. 151-155.
12. Аваков Е.Р., Арутюнов А.В., Жуковский Е.С. Накрывающие отображения и их приложения к дифференциальным уравнениям, не разрешенным относительно производной // Дифференциальные уравнения. 2009. Т. 45. Вып. 5. С. 613-634.
13. Arutyunov A.V., Zhukovskiy E.S., Zhukovskiy S.E. Covering mappings and well-posedness of nonlinear Volterra equations // Nonlinear Analysis: Theory, Methods and Applications. 2012. Vol. 75. № 3. P. 1026-1044.

14. Арутюнов А.В., Жуковский Е.С., Жуковский С.Е. О корректности дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной // Дифференциальные уравнения. 2011. Т. 47. Вып. 11. С. 1523-1537.

Поступила в редакцию 16 апреля 2018 г.

Прошла рецензирование 18 мая 2018 г.

Принята в печать 19 июня 2018 г.

Конфликт интересов отсутствует.

Жуковская Татьяна Владимировна, Тамбовский государственный технический университет, г. Тамбов, Российская Федерация, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики, e-mail: t_zhukovskaia@mail.ru

Забродский Илья Алексеевич, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, аспирант, кафедра функционального анализа, e-mail: ilyatmb@yandex.ru

Борзова Марина Васильевна, Тамбовский государственный университет им. Г. Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, инженер научно-образовательного центра «Фундаментальные математические исследования», e-mail: bmv_1603@mail.ru

DOI: 10.20310/1810-0198-2018-23-123-386-394

ON STABILITY OF DIFFERENCE EQUATIONS
IN PARTIALLY ORDERED SPACEST. V. Zhukovskaya¹⁾, I. A. Zabrodskiy²⁾, M. V. Borzova²⁾¹⁾ Tambov State Technical University

106 Sovetskaya St., Tambov 392000, Russian Federation

E-mail: t_zhukovskaia@mail.ru

²⁾ Tambov State University named after G.R. Derzhavin

33 Internatsionalnaya St., Tambov 392000, Russian Federation

E-mail: ilyatmb@yandex.ru, bmv_1603@mail.ru

Abstract. We consider implicit difference equations in partially ordered spaces. We define the notion of a stable equilibrium point. The conditions of the stability is obtained. The study is based on the theory of partially ordered mappings.

Keywords: implicit difference equation; stable equilibrium point; partially ordered space; partially ordered mapping

REFERENCES

1. Elaydi S. *An Untroduction to Difference Equations*. New York, Springer-Verlag, 2005, 540 p.
2. Braverman E., Zhukovskiy S.E. On stability and oscillation of equations with a distributed delay which can be reduced to difference equations. *Electronic Journal of Differential Equations*, 2008, no. 112, pp. 1-16.
3. Arutyunov A.V., Zhukovskiy E.S., Zhukovskiy S.E. Coincidence points principle for mappings in partially ordered spaces. *Topology and its Applications*, 2015, vol. 179, no. 1, pp. 13-33.
4. Arutyunov A.V., Zhukovskiy E.S., Zhukovskiy S.E. O tochkakh sovpadeniya otobrazheniy v chastichno uporyadochennykh prostranstvakh [On coincidence points in partially ordered spaces]. *Doklady Akademii nauk – Proceedings of the Russian Academy of Sciences*, 2013, vol. 453, no. 5, pp. 475-478. (In Russian).
5. Zhukovskiy E.S. Ob uporyadochenno nakryvayushchikh otobrazheniyakh i integral'nykh neravenstvakh tipa Chaplygina [About orderly covering mappings and Chaplygin's type integral inequalities]. *Algebra i analiz – St. Petersburg Mathematical Journal*, 2018, vol. 30, no. 1, pp. 96-127. (In Russian).
6. Zhukovskiy E.S. Ob uporyadochenno nakryvayushchikh otobrazheniyakh i neyavnykh differentsial'nykh neravenstvakh [On ordered-covering mappings and implicit differential inequalities]. *Differentsial'nye uravneniya – Differential Equations*, 2016, vol. 52, no. 12, pp. 1610-1627. (In Russian).
7. Arutyunov A., Zhukovskiy S., Pereira F. Solvability of implicit difference equations. *Lecture Notes in Electrical Engineering*, 2015, vol. 321, pp. 23-28.

The work is partially supported by the Russian Fund for Basic Research (projects №№ 17-01-00553, 17-41-680975), by the state program of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation № 3.8563.2017/7.8.

8. Zhukovskiy S.E. Prilozheniye nakryvayushchikh otobrazheniy k raznostnym uravneniyam [Application of covering mappings to difference equations]. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya: Estestvennye i tekhnicheskie nauki – Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences*, 2011, vol. 16, no. 4, pp. 1085-1086. (In Russian).

9. Zhukovskiy E.S., Zabrodskiy I.A., Shindyapin A.I. O periodicheskikh resheniyakh neyavnykh raznostnykh uravneniy [Periodic solutions of implicit differential equations]. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya: Estestvennye i tekhnicheskie nauki – Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences*, 2015, vol. 20, no. 5, pp. 1142-1146. (In Russian).

10. Zabrodskiy I.A., Kuzyakina A.S. Ob eksponentsial'noy ustoychivosti neyavnykh raznostnykh uravneniy [Exponential stability of implicit difference equations]. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya: Estestvennye i tekhnicheskie nauki – Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences*, 2015, vol. 20, no. 5, pp. 1156-1160. (In Russian).

11. Arutyunov A.V. Nakryvayushchiye otobrazheniya v metriceskikh prostranstvakh i nepodvizhnyye tochki [Covering mappings in metric spaces and fixed points]. *Doklady Akademii nauk – Proceedings of the Russian Academy of Sciences*, 2007, vol. 416, no. 2, pp. 151-155. (In Russian).

12. Avakov E.R., Arutyunov A.V., Zhukovskiy E.S. Nakryvayushchiye otobrazheniya i ikh prilozheniya k differentsial'nykh uravneniyam, ne razreshennym otnositel'no proizvodnoy [Covering mappings and their applications to differential equations unsolved for the derivative]. *Differentsial'nye uravneniya – Differential Equations*, 2009, vol. 45, no. 5, pp. 613-634. (In Russian).

13. Arutyunov A.V., Zhukovskiy E.S., Zhukovskiy S.E. Covering mappings and well-posedness of nonlinear Volterra equations. *Nonlinear Analysis: Theory, Methods and Applications*, 2012, vol. 75, no. 3, pp. 1026-1044.

14. Arutyunov A.V., Zhukovskiy E.S., Zhukovskiy S.E. O korrektnosti differentsial'nykh uravneniy, ne razreshennykh otnositel'no proizvodnoy [On the well-posedness of differential equations unsolved for the derivative]. *Differentsial'nye uravneniya – Differential Equations*, 2011, vol. 47, no. 11, pp. 1523-1537. (In Russian).

Received 16 April 2018

Reviewed 18 May 2018

Accepted for press 19 June 2018

There is no conflict of interests.

Zhukovskaya Tatyana Vladimirovna, Tambov State Technical University, Tambov, the Russian Federation, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor of the Further Mathematics Department, e-mail: t_zhukovskaia@mail.ru

Zabrodskiy Ilya Alekseevich, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, the Russian Federation, Post-Graduate Student, Functional Analysis Department, e-mail: ilyatmb@yandex.ru

Borzova Marina Vasilevna, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, the Russian Federation, Engineer of the scientific and educational center «Fundamental mathematical research», e-mail: bmv_1603@mail.ru

For citation: Zhukovskaya T.V., Zabrodskiy I.A., Borzova M.V. Ob ustoychivosti raznostnykh uravneniy v chastichno uporyadochennykh prostranstvakh [On stability of difference equations in partially ordered spaces]. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya: estestvennye i tekhnicheskie nauki – Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences*, 2018, vol. 23, no. 123, pp. 386–394. DOI: 10.20310/1810-0198-2018-23-123-386-394 (In Russian, Abstr. in Engl.).